



TITLE:

逆向きの遠心力作用を繰返し受けるバンド内の乱流(流れの非線形性と乱流の統計性質)

AUTHOR(S):

高見, 敏弘

---

CITATION:

高見, 敏弘. 逆向きの遠心力作用を繰返し受けるバンド内の乱流(流れの非線形性と乱流の統計性質). 数理解析研究所講究録 1998, 1029: 53-64

ISSUE DATE:

1998-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/61816>

RIGHT:

# 逆向きの遠心力作用を繰返し受けるベンド内の乱流

岡山理大・工 高見 敏弘 (Toshihiro TAKAMI)

## 1. 緒 言

一方向へ  $360^\circ$  (一回転) 以上連続して曲がった管路は「曲がり管」と呼ばれ、曲がり管内の下流では発達した曲がり管内流れが形成される。一方、曲がり角  $360^\circ$  未満の曲がった管路は工学上「ベンド」と総称され、発達中の曲がり管内流れとなることがよく知られている。このようなベンドは各種工業プラントの配管系やダクト系、あるいは熱交換器や人工臓器の物質交換器などに見られ、これらの性能改善や設計にとってベンド内流れの研究は重要な課題である。このためベンド内の流れについては数多くの理論的・実験的研究<sup>(1), (2)</sup>が行われてきた。これらの研究の多くは単一ベンドに関するものであるが、軸流送風機やジェットエンジンのS字形吸込みダクト<sup>(3) - (6)</sup>、あるいは多段式ターボ機械の翼間に形成される流路などに見られるベンドの曲り方向が交互に逆向きに繰返す複雑な形状の曲り管路については、圧力損失やピトー管による軸方向速度の測定結果<sup>(3) - (5)</sup>、可視化による流れの観察結果<sup>(7)</sup>が報告されている程度で、複雑に曲った管路内の流動機構を理解するための基礎的なデータは不足しているのが現状である。

近年、清水ら<sup>(8)</sup>は同一平面内で  $90^\circ$  あるいは  $180^\circ$  に曲った矩形断面のベンドを複数個接続した管路に水を流し、ベンドの個数や管断面のアスペクト比を変えて圧力損失の測定と可視化による観察を行うとともに、代表的な断面でレーザドップラー流速計により管軸方向速度および乱れの強さを計測している。しかし、複雑な曲り管内の3次元流れを十分解明するまでには至っておらず、とりわけ流れに及ぼす逆向きの遠心力作用については不明な点が多く残されている。

そこで本研究では、正方形断面をした曲率半径比2の  $180^\circ$  ベンドを同一平面内で交互に逆向きに複数個接続した繰返しベンドを用いて、レイノルズ数：約40,000のもとで、熱線流速計を回転させて行う回転プローブ法<sup>(9)</sup>を採用して、管断面内の時間平均速度および変動速度を3次元的に詳細に測定した。そして、主流や2次流れの流動挙動および流れ方向への乱れの変化に繰返し及ぼす逆向きの遠心力作用について検討した。

### 主な記号(図1参照)

$C_p$ : 圧力係数[式(1)]	$d$ : 水力直径(=80 mm)
$I_s$ : 2次流れの強さ[式(4)]	$k_a$ : 乱れエネルギーの平均値[式(5)]
$n$ : ベンドの個数または呼び番号	$P$ : 壁面圧力
$R_c$ : ベンドの曲率半径(=160 mm)	$W_a$ : 管断面平均速度( $\approx 7.2$ m/s)
$\bar{U}, \bar{V}, \bar{W}$ : $x, y, \varphi(z)$ 方向の時間平均速度	$u', v', w'$ : $x, y, \varphi(z)$ 方向の変動速度
$x, y, \varphi$ : トーラス座標系	$\zeta$ : 曲がり損失係数[式(2)]
$\varphi_n$ : 第 $n$ ベンド入口からの曲り角	

## 2. 実験装置および方法

供試管路の概略を図1に示す。管路は一辺の長さ  $d = 80 \text{ mm}$  の正方形断面をした曲率半径  $R_c = 160 \text{ mm}$  (曲率半径比  $R_c/d = 2$ ) の  $180^\circ$  ベンドを  $n$  個交互に逆向きに接続した繰返しベンド部、長さ  $1.2 \text{ m}$  ( $15d$ ) の整流用流路、長さ  $6.4 \text{ m}$  ( $80d$ ) の上流直管部および長さ  $2.4 \text{ m}$  ( $30d$ ) の下流直管部から構成されている。

実験は供試管路に断面平均速度  $W_a \approx 7.2 \text{ m/s}$  (レイノルズ数  $W_a d / \nu \approx 40,000$ ) のもとで空気を流し、まず  $180^\circ$  ベンドの接続個数を  $n = 1 \sim 10$  個と変えて壁面の圧力分布をそれぞれ測定し、ついで管断面内において単一傾斜熱線をプローブ軸回りに回転させる回転プローブ法<sup>(9)</sup>によって  $x, y, \phi(z)$  方向の速度分布を測定した。壁面圧力の測定では、管路の内壁、外壁および上壁に設けた  $0.5 \text{ mm}$  の静圧孔を用いて、デジタルマイクロメータによりベンド上流  $z'/d = -2$  から下流  $z/d = 20$  の区間で圧力分布を測定した。速度測定は、流れが中央水平面 ( $x-\phi$  面) に関して対称であることを確認した後、上半断面について行った。ベンド部の速度測定はベンド入口  $\phi_n = 0^\circ$  から曲り角  $\Delta\phi_n = 30^\circ$  間隔の各断面で行った。なお、速度計測の不確かさ  $U_{RSS}^{(10)}$  は、時間平均速度:  $\pm 2.8\%$ 、変動速度:  $\pm 2.5\%$  であった。

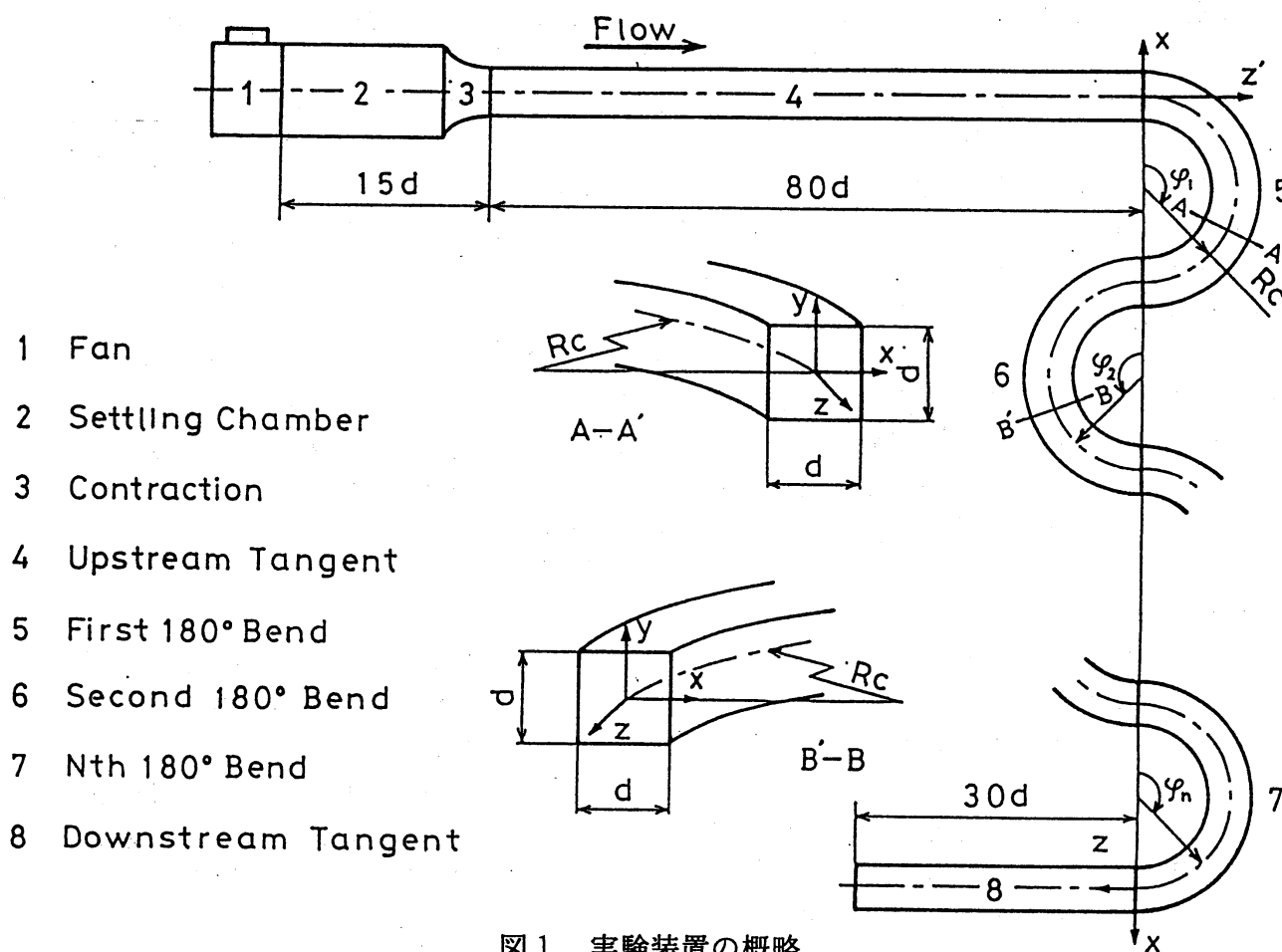


図1 実験装置の概略

### 3. 実験結果および考察

#### 3-1 圧力分布

速度測定に先立ち、ベンダ個数を  $n=1 \sim 10$  個と変えて測定した壁面圧力を、

$$C_p = \frac{P - P_{ref}}{\rho W a^2 / 2} \quad \dots\dots(1)$$

なる圧力係数  $C_p$  の形で表示した結果を図2に示す。ここで、 $P_{ref}$ ：上流直管部  $z'/d = -2$  における壁面圧力。図中の記号○と△は、第1ベンダにおける内壁と外壁および第2ベンダ以降においては第1ベンダの内・外壁に連なる側壁面中央 ( $x/d = \pm 0.5$ ,  $y/d = 0$ ) の圧力、記号■は上壁中央 ( $x/d = 0$ ,  $y/d = 0.5$ ) の圧力を意味する。

ベンダ個数  $n=3$  の場合について見ると、各ベンダの入口付近では、内壁側で順圧力勾配、外壁側で逆圧力勾配となり、ベンダ入口から曲角  $30^\circ$  付近まで内外壁の圧力差は増大する。一方、各ベンダ出口付近では下流部の影響が現れて急速に圧力差は減少し、内壁側で逆圧力勾配、外壁側で順圧力勾配となる。内壁側の圧力分布に着目すると、第1ベンダでは  $\theta_1 = 45^\circ \sim 90^\circ$  付近でわずかに逆圧力勾配を示し、第2ベンダでは  $\theta_2 = 45^\circ$  付近から逆圧力勾配となり出口まで壁面圧力は増加するのに対して、第3ベンダでは  $\theta_3 = 30^\circ \sim 120^\circ$  付近にかけて緩やかな順圧力勾配を示し、第1・第2ベンダに比べて第3ベンダ内における圧力分布の変化は小さくなる。このような特徴はベンダ個数  $n=7$  の場合も同様で、第3ベンダより下流では第1・第2ベンダに比べて圧力分布の変化は小さく、下流直管部の影響が現れるベンダ出口付近を除いてほぼ同じ圧力分布を繰返すようになる。 $n=7$  の場合、下流直管部の影響を受ける第7ベンダ出口付近を除けば、第3ベンダから第7ベンダの圧力分布はよく似た変化を示し、第3ベンダで既にかなり発達した繰返し流れのパターンが形成されているものと推察される。そこで、詳細な速度測定は主にベンダ個数  $n=3$  の場合について行った。

図3は、ベンダ上流の  $z'/d = -2$  からベンダ下流の  $z/d = 20$  の区間において、ベンダ個数を  $n=1 \sim 10$  個と変えて測定した全圧力損失を

$$P_{ref} - P_d = \left( \lambda \frac{l}{d} + \zeta \right) \frac{1}{2} \rho W a^2 \quad \dots\dots(2)$$

なる形で定義し、これによって算出されるベンダ部の曲がりによる損失係数  $\zeta$  を整理した結果である。ここで、 $P_d$ ：下流直管部  $z/d = 20$  における壁面圧力、 $\lambda$ ：直管の管摩擦係数、 $l$ ：測定区間の全長 ( $= 2d + 20d + n\pi R_c$ )。曲がり損失係数  $\zeta$  は、ベンダ個数  $n$  が増加するにつれて徐々に大きくなり、 $n=4$  個以上を接続するとほぼ直線的に増加する。また、 $n$  個の繰返しベンダを通過する際の全曲がり損失は、 $n=1$  個の単一ベンダによる曲がり損失を  $n$  倍した損失よりも大きくなる。すなわち、逆向きの遠心力作用を受ける曲がり管内乱流の流動抵抗は通常の曲がり管内乱流よりも増大する。

#### 3-2 流動状態

流れ場の全体的な特徴を把握するため、ベンダ個数  $n=3$  個を接続した場合の中央水平面 ( $\theta-x$  面) 内における軸方向速度  $\bar{W}$  の等速度線図を図4に示す。図中の破線は中央水平面内の最大速度点を連ねた線を、数値は  $\bar{W}/W a$  の値を表す。

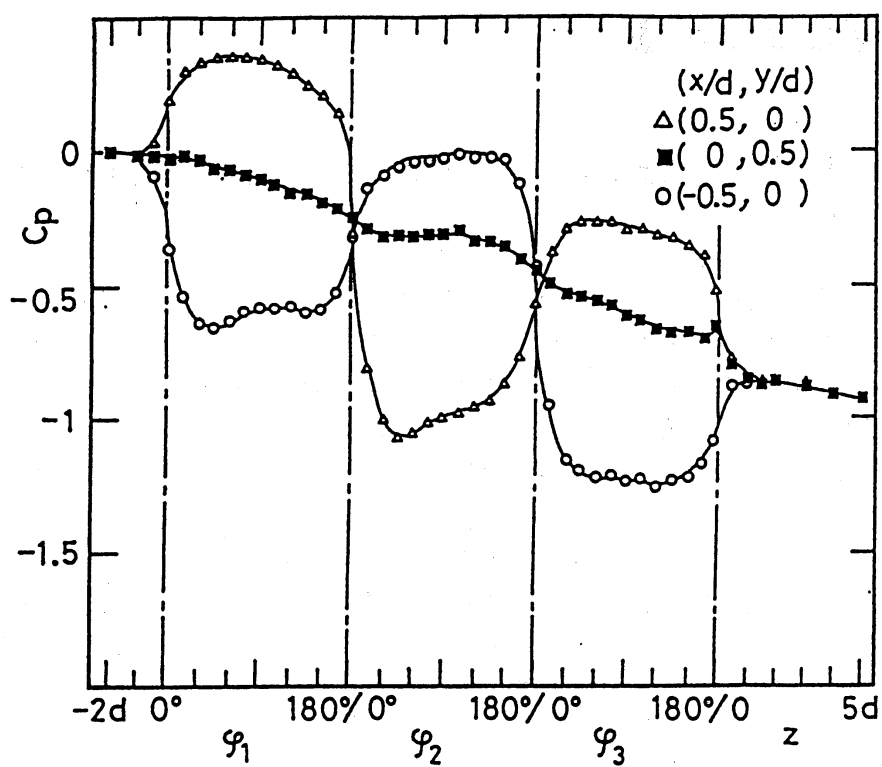
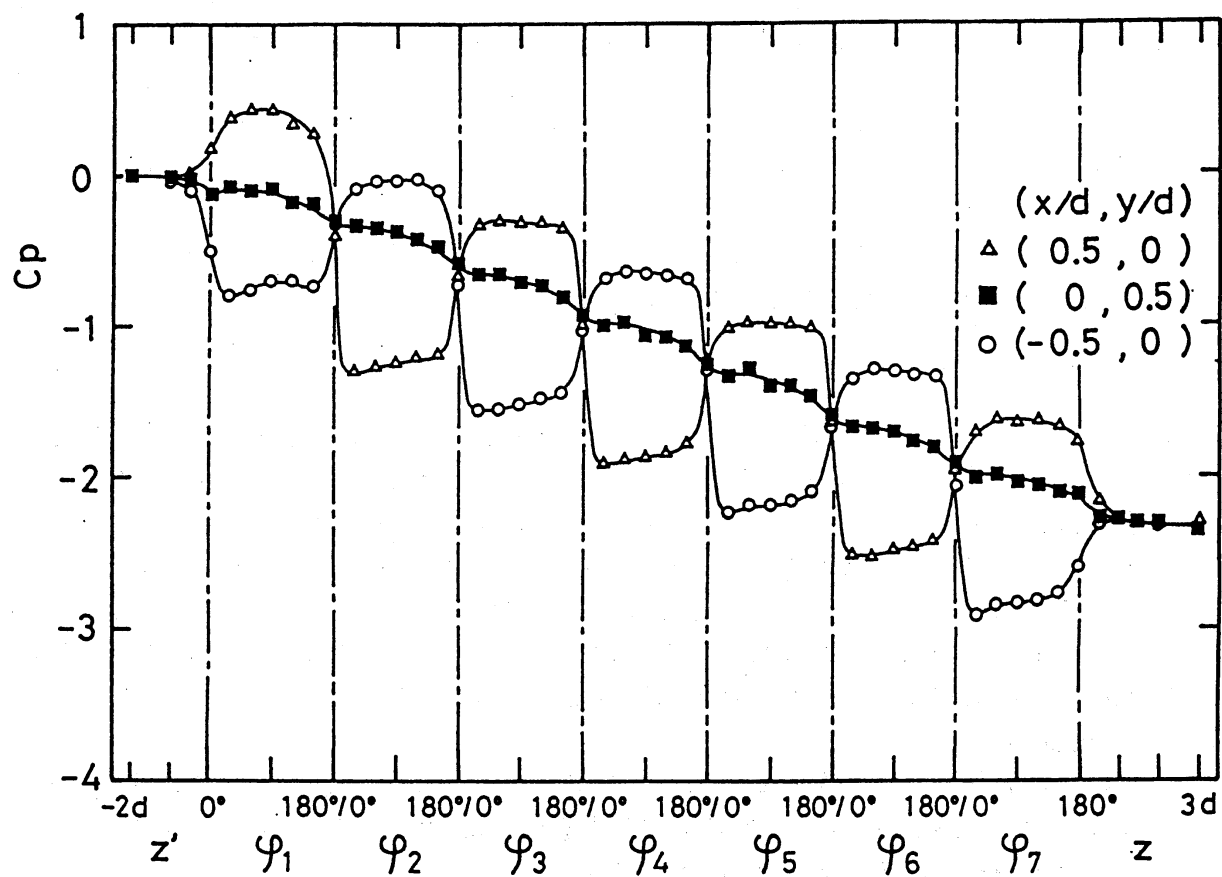
(a) ベンド個数  $n=3$ (b) ベンド個数  $n=7$ 

図2 壁面の圧力分布

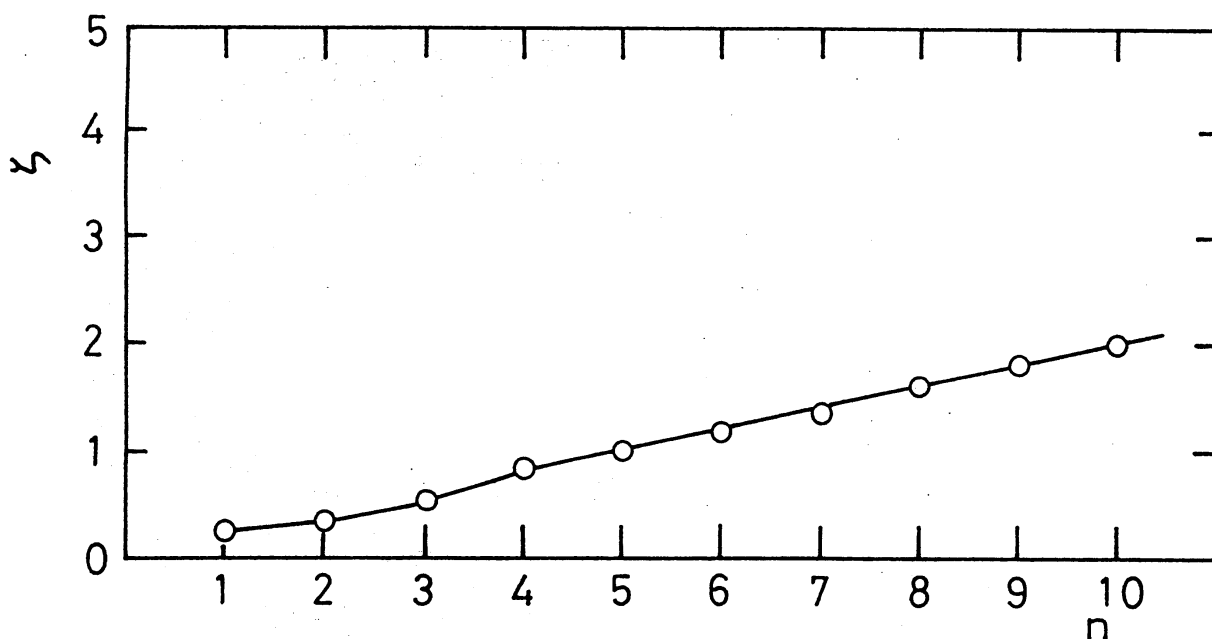


図3 多重繰返しベンドの曲がり損失係数

各ベンドの入口付近では、内壁側で順圧力勾配、外壁側で逆圧力勾配となるため、流れは内壁側で加速、外壁側で減速され、高速領域は各ベンドの曲り角 $\varphi_n = 30^\circ$ 付近で最も内壁側に偏る。第1ベンドでは内壁側へ偏った高速領域がその後外壁方向へ移動し、 $\varphi_1 = 60^\circ$ 付近より下流では内壁側が低速領域となるのに対して、第2・第3ベンドではベンド出口付近 $\varphi_n = 150^\circ \sim 180^\circ$ を除いて内壁側は高速領域となり、第1ベンドで見られた内壁側の低速領域は現れない。また、下流直管部の影響<sup>(11)</sup>を受ける第3ベンドの出口付近を除けば、第2ベンドと第3ベンドの軸方向流れはかなり類似した繰返し状態を示す。参考のため、前節で述べた $180^\circ$ ベンドを一周期とした周期的な繰返しパターンと見なせる流れとして、 $n=7$ 個を接続した場合の第4ベンドの等速度線図を図4(b)に示しておく。

ベンド個数 $n=3$ 個を接続した場合の第1～第3ベンドの代表的な位置における上半断面内の流動状態を図5に示す。各図の上段が軸方向速度 $\bar{W}$ の等速度線図、下段が2次流れの速度成分( $\bar{U}$ ,  $\bar{V}$ )から求めたベクトル図である。等速度線図中の数値は $\bar{W}/W_a$ の値を表し、ベクトル図において水力直径 $d$ の $1/6$ の長さが断面平均速度 $W_a$ に相当する。また、各図の上に記載したIn./Out. は曲りの内壁/外壁をそれぞれ表す。

第1ベンド入口 $\varphi_1 = 0^\circ$ 付近では内壁側で主流が加速されるため、それに伴って外壁から内壁方向へ向かう一方向の2次流れが現れるが、 $\varphi_1 = 30^\circ$ 付近より遠心力の作用によって2次流れは上半断面内で半時計方向に回転する渦(便宜上、左回転渦と呼ぶ)を形成する。この左回転渦によって内壁側の高速流体は管中央部に向かって輸送され、高速領域は徐々に外壁側へ移動する。一方、管壁近くの低速流体は壁に沿って内壁に向かう2次流れによって内壁中央部に輸送され、ここに低速領域を形成するようになる。 $\varphi_1 = 90^\circ$ 付近になると渦形の2次流れは非常に強くなり、内壁付近の低速流体は中央水平面に沿って管中央部へ移動する。 $\varphi_1 = 90^\circ$ までのこのような流動状態は単一 $90^\circ$ ベンド内の乱流<sup>(12)</sup>とほぼ同じ結果を示すが、 $\varphi_1 = 90^\circ$ を過ぎると管中央部が低速領域となり、遠心力が低下するため渦形の2次流れは弱くなる<sup>(13)</sup>。第1ベンド出口 $\varphi_1 = 180^\circ$  ( $\varphi_2 = 0^\circ$ )付近では、外壁側

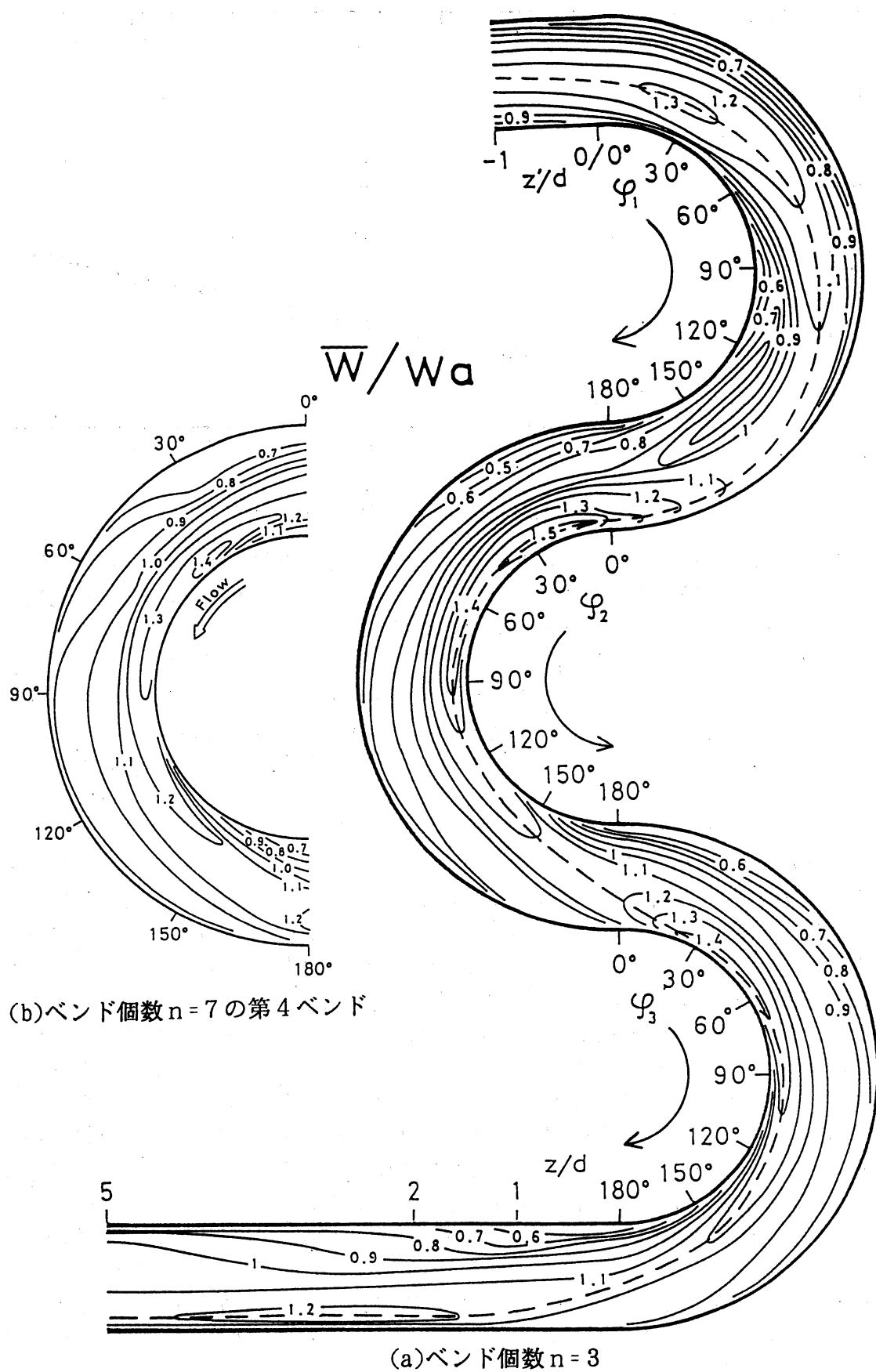


図4 中央水平面内の軸方向速度の等速度線図

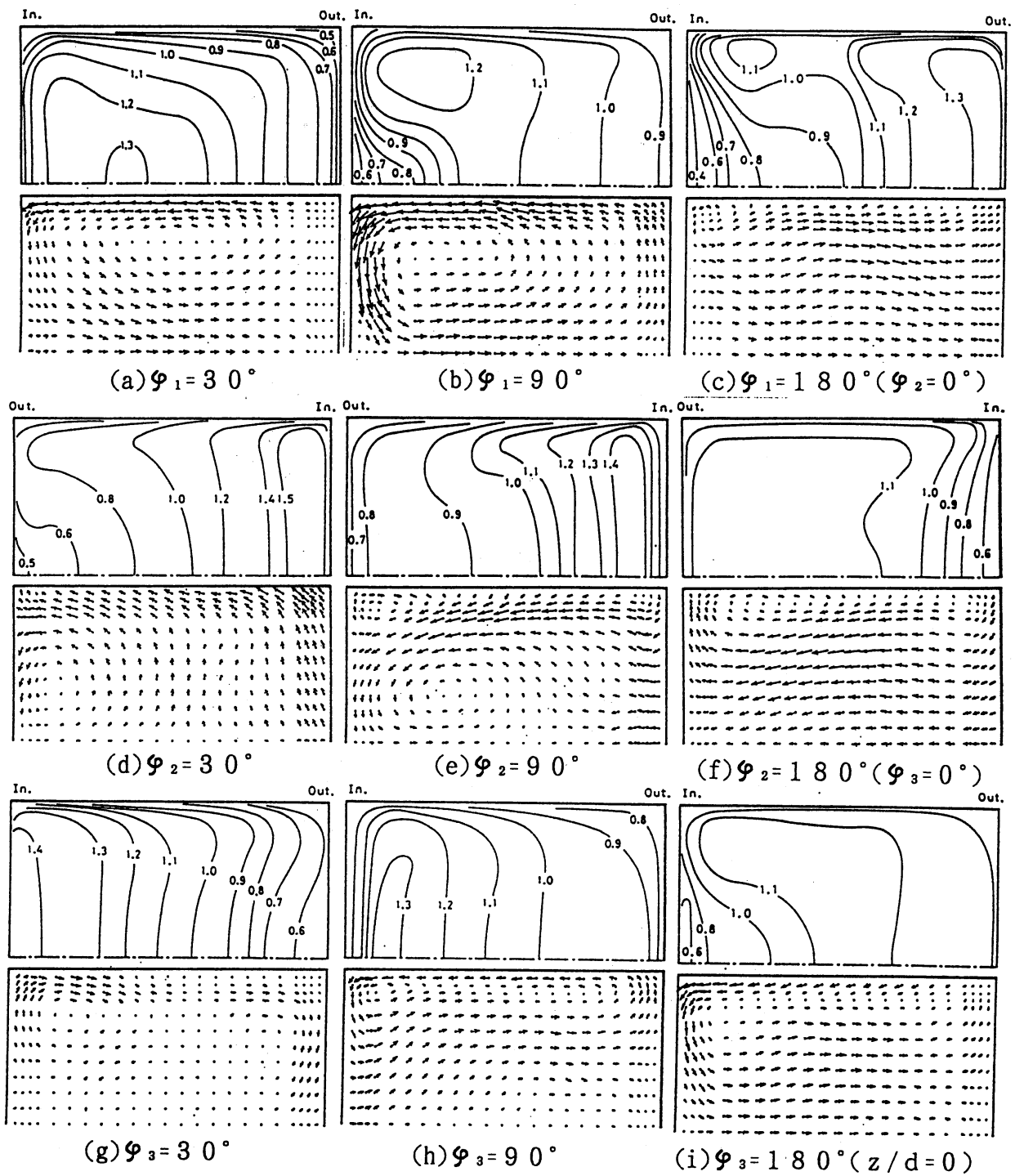


図5 管断面内の流動状態(ベンド個数  $n=3$  の場合)



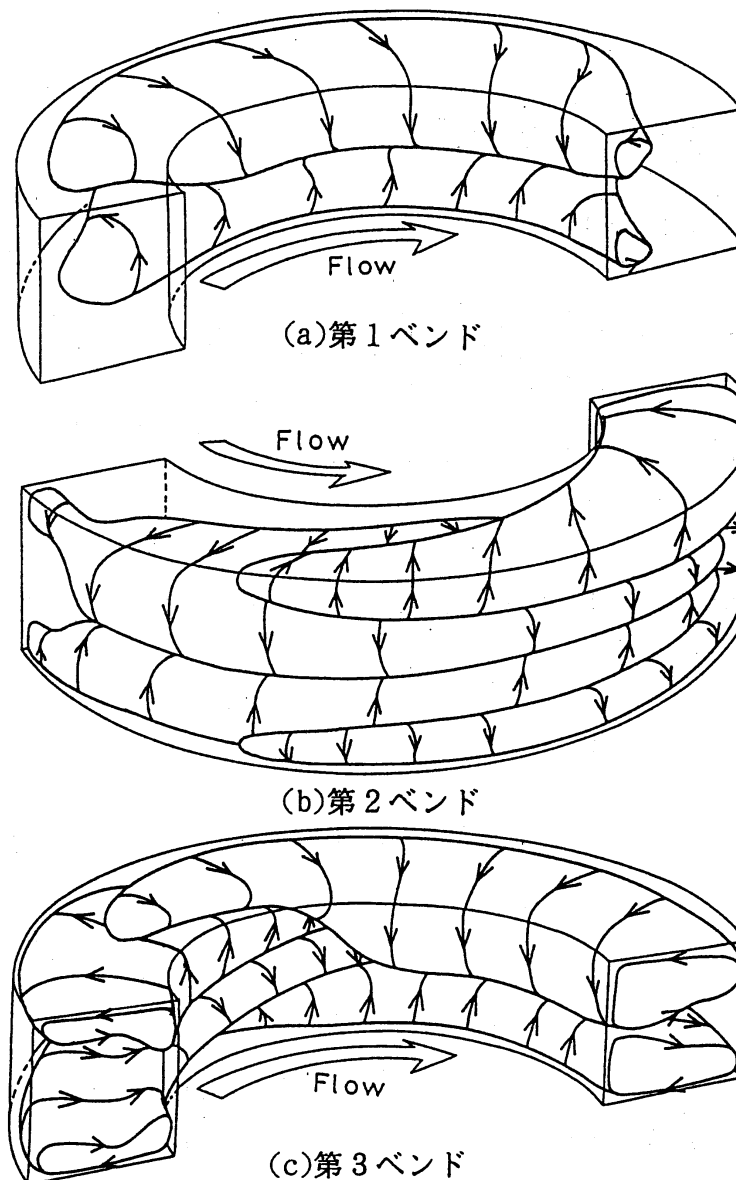


図6 渦形の2次流れの立体模式図(ベンド個数 $n=3$ の場合)

の急激な圧力降下に起因して外壁側で流体は急加速され、流れは外壁側へ大きく偏るため、2次流れは断面の広い範囲で外壁方向へ向かい、渦形の2次流れは内壁近傍の上下壁付近にわずかに存続するのみとなる。これに対して、曲り角 $90^\circ$ の繰返しベンド<sup>(8)</sup>では第1ベンド出口で2次流れが最も強くなり、明瞭な渦を示す。

第2ベンドに流入すると、管軸方向の圧力勾配に従って内壁側および外壁側の流れはそれぞれさらに加速あるいは減速され、 $\varphi_2=30^\circ$ では内壁近傍の高速領域は断面平均速度 $W_a$ の1.5倍にも達する。そのため、内壁側の高速領域で強い遠心力が生じ、外壁側から内壁側に向かって流れていた2次流れは向きを変え、断面内で流れは外壁方向へ向かうようになる。この2次流れは第1ベンドより流入した外壁隅にある左回転渦と一緒にあって発達する。その後、2次流れはさらに成長してその中心が管中央部に移動し、 $\varphi_2=90^\circ$ 付

近では上下壁の外壁近傍に弱い時計方向に回転する渦(右回転渦と呼ぶ)が形成される。その結果、管断面内には二対の渦が見られるようになる。しかし、このうち左回転渦は遠心力の作用によって誘起される渦とは逆方向に回転する渦であるため、下流に進むにつれて減衰し、 $\varphi_2=150^\circ$ 付近で消滅する。一方、これとは反対に右回転渦は下流に進むにつれて発達し、上半断面内の広い範囲を覆うようになる。第2ベンド出口 $\varphi_2=180^\circ$ ( $\varphi_3=0^\circ$ )付近では、第1ベンド出口 $\varphi_1=180^\circ$ と同様に、外壁側の急激な順圧力勾配により流れは外壁側へ偏るため、2次流れは断面内の広い範囲で外壁方向へ向かう。しかし、第2ベンド出口付近における外壁側の順圧力勾配は第1ベンド出口付近よりも小さく、また第2ベンドの $\varphi_2=150^\circ$ 付近まで高速領域が内壁側に偏っているため、第2ベンド出口における外壁側の流れはあまり加速されず、軸方向の速度分布は第1ベンドに比べてかなり平坦なものとなる。

第3ベンド内の流動状態は、下流直管部の影響を受ける曲り角 $\varphi_3=150^\circ\sim 180^\circ$ のベンド出口付近を除いて、第2ベンドにおける流動状態と概ね同様の過程を経て、渦の発生・消滅が起こる。しかし、主流の偏りは第2ベンドの流れほど顕著に現われず、2次流れも第2ベンドに比べてやや弱くなる。

図6は、参考のため、2次流れの速度成分( $\bar{U}$ ,  $\bar{V}$ )の測定データに基づいて渦形の2次流れを描いた立体模式図である。ただし、この図には各ベンドの出入口付近に現れる内壁方向あるいは外壁方向へ向かう一方向のみの2次流れは図示していない。

### 3-3 断面平均値

主流の偏り、2次流れの強さおよび乱れのエネルギーが、流れ方向に変化していく様子を調べるために、測定データを用いて

$$\frac{\bar{x}}{d} = \frac{2}{W a^2 d^2} \int_0^{d/2} \int_{-d/2}^{d/2} \left( \frac{x}{d} \bar{W} \right) dx dy \quad \dots\dots(3)$$

$$I_s = \frac{2}{W a^2 d^2} \int_0^{d/2} \int_{-d/2}^{d/2} (\bar{U}^2 + \bar{V}^2) dx dy \quad \dots\dots(4)$$

$$k_a = \frac{2}{W a^2 d^2} \int_0^{d/2} \int_{-d/2}^{d/2} \frac{1}{2} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2) dx dy \quad \dots\dots(5)$$

なる断面平均値を求め、管軸方向へ整理した結果を図7に示す。

主流は各ベンドの入口 $\varphi_n=0^\circ$ で既に内壁側へ偏り、この内壁側への偏りは各ベンドとも曲り角 $\varphi_n=30^\circ$ 付近で最大となる。また、この最も内壁側へ偏った状態の $\bar{x}/d$ は第1ベンドに比べて第2・第3ベンドでは2倍以上の大きい値を示し、第2ベンド以降の流れは繰返しベンド内を大きく蛇行する。一方、2次流れの強さ $I_s$ は、第1ベンドの $\varphi_1=30^\circ$ 付近で現れる渦形の2次流れの発達に伴って急激に増加し、 $\varphi_1=90^\circ$ 付近で最大となるが、その後管中央部が低速領域となり遠心力が低下するため、 $I_s$ は減衰する。第2・第3ベンドでは、前置ベンドで生じた渦がかなり長い区間にわたって管中央部に存続し、遠心力の作用に基づく曲り管本来の渦は遅れて現れるため、第1ベンドのように2次流れは強くならない。なお、各ベンドの出口 $\varphi_n=180^\circ$ で2次流れがやや強くなるのは、流れが急激に外壁側へ偏るため、管断面内の広い範囲で外壁に向う2次流れが現れることによる。

乱れのエネルギーの平均値 $k_a$ は、第1ベンド流入後、徐々に増加する。これは、2次流れの成長にともない主流の高速領域と低速領域における速度差が顕著になり、管内部に大

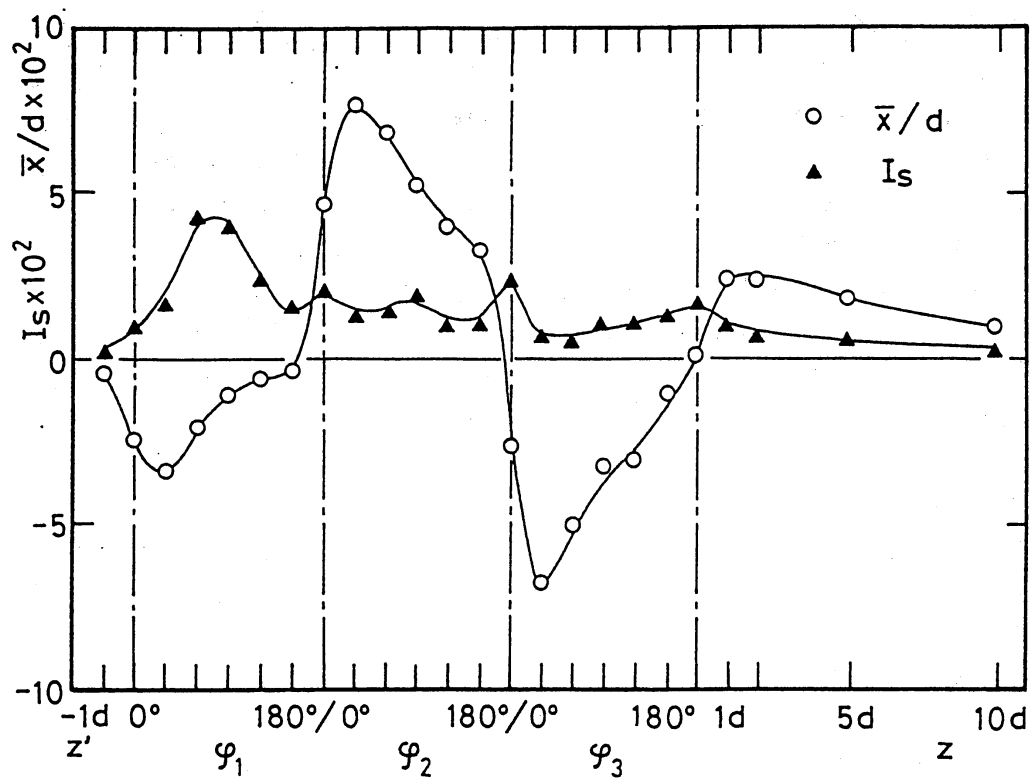
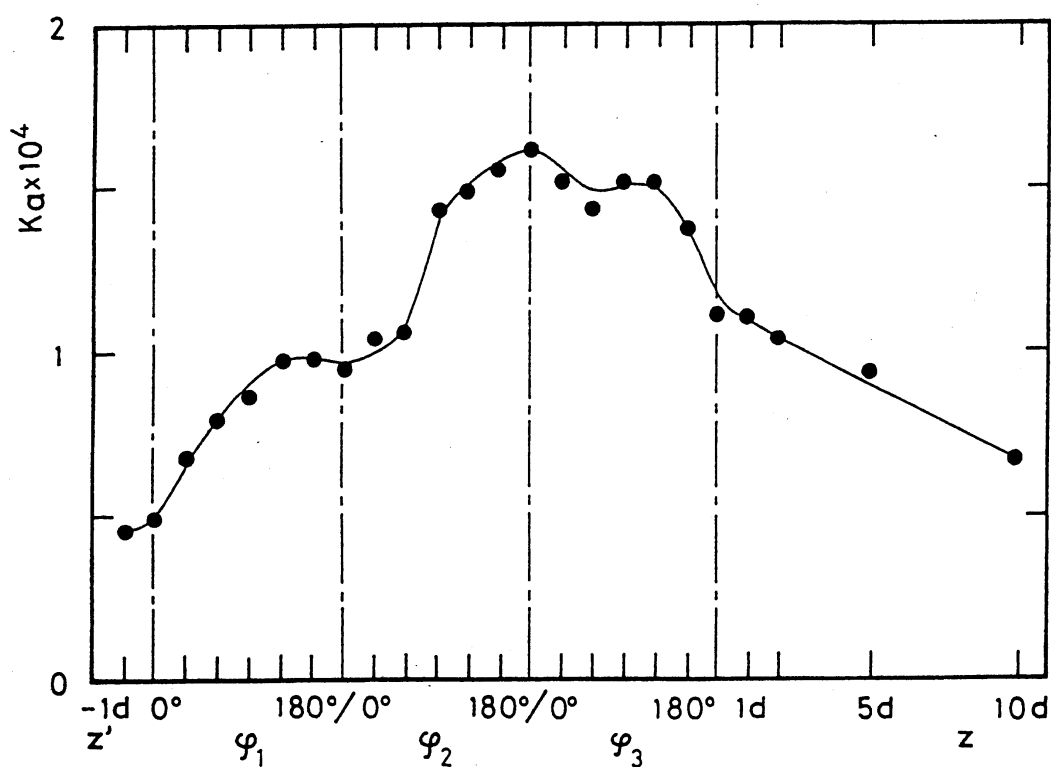
(a)主流の偏り量  $\bar{x}/d$  と2次流れの強さ  $I_s$ (b)乱れのエネルギーの断面平均値  $ka$ 

図7 断面平均量の管軸方向変化

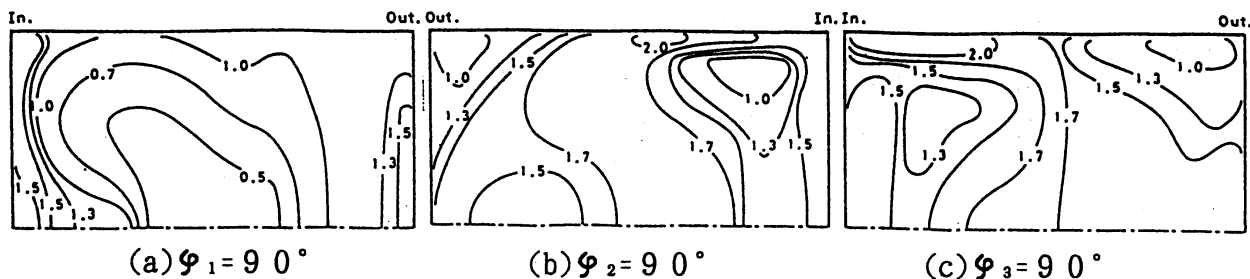


図8 管断面内の乱れのエネルギー [図中の数値は  $k/Wa^2 \times 10^2$  を表す]

きい速度勾配の領域が広がるため、乱れの生成率が増加することによる<sup>(12), (13)</sup>。その後、乱れのエネルギーは第1ベンド出口付近から第2ベンド入口付近でほぼ一定の値を示すが、第2ベンドの $\varphi_2 = 60^\circ$ 付近から再び増加し始める。これは、既述のように $\varphi_2 = 60^\circ$ 付近で上下壁近傍に新しい渦が発生して(図6参照)、管断面内に互いに逆回転する二対の渦が存在するようになり、壁近傍の剪断作用によって生じた強い乱れが二対の渦によって管内部へ輸送され、断面内の乱れのエネルギーが増加するためである。なかでも両渦の境界領域への輸送は顕著で、この強い乱れの領域はその後成長・拡大し続け、乱れのエネルギーは第2ベンドの出口付近で最大となる。参考のため、各ベンドの曲り角 $\varphi_n = 90^\circ$ における乱れのエネルギー $k = [(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})/2]$ の等値線図を、図8に示しておく。第3ベンド流入後は、第2ベンドの出口付近と同程度の強い乱れが持続するが、 $\varphi_3 = 150^\circ$ からベンド出口にかけては下流直管部の影響を受けて乱れのエネルギーは急激に弱くなる。すなわち、第3ベンド流出後の下流直管部では主流の偏りが徐々に消失することに伴い断面内の速度勾配も小さくなり、乱れの生成率が低下するため乱れのエネルギーは緩やかに減少する。

前述のように、第1ベンドでは2次流れの強さ $I_s$ が第2・第3ベンドよりも強く、逆に第2・第3ベンドでは乱れのエネルギーの断面平均値 $k_a$ が第1ベンドよりも強くなる。すなわち、曲がり管内乱流の流動抵抗あるいは流体混合・攪拌を考えると、これらの乱流現象に及ぼす2次流れによる対流効果と乱れによる効果は、第1ベンド内と第2ベンド以降でその程度が入れ替わることを示唆している。

## 4. 結 論

正方形断面をした曲率半径比2の $180^\circ$ ベンドを互いに逆向きに複数個接続した繰返しベンド内の乱流について、レイノルズ数：約40,000のもとで、壁面の圧力分布および管内の速度分布を測定し、以下の知見を得た。

- (1) 繰返しベンドでは単一ベンドとほぼ同様な圧力分布が繰返され、各ベンドの入口付近では内壁側で管軸方向へ順圧力勾配、外壁側で逆圧力勾配となり、各ベンドの出口付近では内壁側で逆圧力勾配、外壁側で順圧力勾配となる。
- (2) 各ベンドの入口付近では内壁側で加速、外壁側で減速され、主流の高速領域は内壁側へ偏る。第1ベンドでは $\varphi_1 = 60^\circ$ 付近から高速領域が外壁方向へ移動するのに対して、第2・第3ベンドでは $\varphi_n = 150^\circ$ 付近まで内壁側が高速領域となる。
- (3) 第2・第3ベンドでは、前置ベンドで発生し流入した渦形の2次流れは徐々に減衰す

るが,  $\varphi_n = 60^\circ$  付近で上下壁近傍に新しい渦が現れる. その結果, 管断面内にはある区間にわたって互いに逆向きに回転する二対の渦が存在する.

- (4) 第1バンドでは高速領域と低速領域の境界近傍で乱れが強くなる. これに対して, 第2・第3バンドでは互いに逆回転する渦の境界領域で乱れが強くなり, 断面全体で第1バンドより乱れが強くなる.

#### 参考文献

- (1) Hawthorne, W. R., Proc. Roy. Soc., A206(1951), 374.
- (2) Ito, H., Trans. ASME(Ser. B), 82(1960), 131.
- (3) Wardsmith, A. J., J. Aero. Sci., 67(1963), 437.
- (4) Bansod, P. and Bradshaw, P., Aero. Sci., 67(1963), 437.
- (5) Guo, R. W. and Seddon, J., Aeronaut. Quart., 12(1983), 99.
- (6) Taylor, A. M. K. P., Whitelaw, J. H. and Yianneskis, M., NASA CR, 3550(1982).
- (7) 清水・村上, 機論(B), 47(1981), 417.
- (8) 清水・ほか4名, 機論(B), 57(1991), 1592.
- (9) 須藤・高見・檜原, 機論(B), 58(1992), 379; 高見, 流れの計測, 13(1996), 19.
- (10) ASME(日本機械学会訳), 計測の不確かさ, 26(丸善).
- (11) 須藤・高見・板野, 機論(B), 56(1990), 3265.
- (12) 須藤・高見, ターボ機械, 17(1989), 232.
- (13) 須藤・高見, ターボ機械, 20(1992), 755.